

APRECIACIONES SOBRE LA IMPLEMENTACIÓN DE UNA ACTIVIDAD INTEGRADA ENTRE LAS CÁTEDRAS ANÁLISIS MATEMÁTICO Y MICROECONOMÍA EN LA CARRERA DE CONTADOR PÚBLICO DE LA UCP (SEDE POSADAS).

FERNÁNDEZ VON METZEN GRETTEL ALEJANDRINA

· E-mail: fernandezvonmetzengretel_pos@ucp.edu.ar

ARMELINI GASTÓN DEIVID LEANDRO

· E-mail: armelinigaston_pos@ucp.edu.ar

Introducción

En el siguiente escrito se presenta una posible propuesta de trabajo que ha sido pensada para resignificar objetos matemáticos y conceptos económicos, ya estudiados por los alumnos en otras instancias de aprendizaje durante su formación académica, más precisamente en asignaturas de 1° año de la carrera de Contador Público; así como también para la construcción de nuevos sentidos a los saberes aprendidos durante el cursado de la asignatura Análisis Matemático en el presente ciclo lectivo. Esta propuesta surgió como continuación de un trabajo que se viene realizando en la cátedra desde el año 2016, en forma conjunta con el docente a cargo de la asignatura de Microeconomía, ante la inquietud inminente de lograr aprendizajes más significativos en los estudiantes.

Es a partir de las observaciones y registros de las experiencias

áulicas, vividas a diario tanto por los estudiantes como de los docentes involucrados, que se ha detectado la necesidad de comenzar a pensar y poner en práctica propuestas de enseñanza y aprendizaje que vinculen los saberes que los estudiantes adquieren en Análisis Matemático y aquellos que son propios de la Economía, de modo que se minimice la distancia existente entre lo que se aprende en ambas cátedras, logrando de esta manera romper con la mirada habitual de que los contenidos son de aprendizaje y uso exclusivo de cada asignatura, desvinculadas unas de otras.

Por ello se ha propuesto un abordaje que incorpore aquellos aspectos que son importantes dentro del estudio del Análisis Marginal, pero que a su vez también permita profundizar el estudio de las *"Aplicaciones de la Derivada en Funciones de una Variable"*, y finalmente que las construcciones que se elaboren a partir de esta propuesta sirvan como andamiaje para el estudio posterior de conceptos fundamentales del Análisis Matemático y de la Microeconomía.

Se adhiere a los principios de la teoría de Ausubel, más precisamente al concepto de aprendizaje significativo (Ausubel, Novak y Henessian, 1983), pues se entiende que la construcción de significados se logra a partir de las continuas elaboraciones y reelaboraciones que el sujeto realiza en interacción con el saber, el medio y el profesor, generando de este modo una interacción dialéctica entre dichos componentes. Es así que el estudiante dotará de significado a lo que se busca que éste aprenda, en la medida que pueda darle un nuevo sentido al objeto de conocimiento. En este caso, los conceptos de función costo, ingreso y beneficio, son contenidos ya estudiados por ellos en cátedras de 1° año de la carrera, pero abordados en forma conceptual y utilizando herramientas matemáticas básicas; sin embargo, el Análisis Matemático le provee de herramientas valiosas al estudiante para llevar a cabo el análisis marginal de funciones económicas, pudiendo realizar predicciones del comportamientos de tales funciones a largo plazo, determinar puntos de beneficio máximo, establecer en cuánto se incrementará el costo de producir y vender una unidad más sin tener que recurrir



a la construcción de extensas tablas, y finalmente tomar decisiones sobre una determinada situación basadas en un fundamento económico-matemático.

Asimismo, para el diseño de las consignas de trabajo, se efectuó una investigación bibliográfica con el objeto de estudiar las propuestas que se realizan desde los libros de Matemática y de Economía, sugeridos por las cátedras, en los programas de ambas asignaturas (Haeussler, Paul y Wood, 2008; Hoffmann, Bradley y Rosen, 2006; García Venturini y Kicillof, 2006; Bianco, Carrizo, Matera, Micheloni y Olivera de Marzana, 2001; Mochón y Beker, 2008; Taylor y Weerapana, 2012; Parkin y Loría Díaz, 2010). A partir de esto se logró apreciar que, tanto en los libros de matemática como en los propios de economía, hay un interés por vincular los conceptos estudiados en una y otra asignatura. En el caso de los libros de economía, se toman los objetos matemáticos como herramientas útiles para el estudio de ejemplos y ejercicios prácticos; en cuanto a los libros de matemáticas, se valen de los conceptos económicos como fuente de aplicaciones concretas de aquellos objetos abstractos estudiados dentro la matemática.

Desde este trabajo no sólo se pretendió estudiar las "Aplicaciones de la Derivada en Funciones de una Variable" desde un enfoque que integre los conceptos matemáticos y económicos en forma simultánea, sino también que el mismo permita comenzar a observar y analizar las diferentes formas de representación de un objeto matemático (simbólica, verbal, gráfica, numérica) que utilizan los estudiantes frente a una situación problema, y las dificultades presentes que se generan en cada una de las consignas.

De acuerdo a lo que plantea Rojas (2012) "...en matemáticas, el aprendizaje de los objetos es conceptual, el sujeto no entra en contacto directo con un determinado objeto, sino con una(s) representación(es) de este objeto matemático..." (p. 1) es por ello que en esta propuesta se ha incluido no sólo el estudio de situaciones similares a lo que podría llegar a suceder en el contexto real, externas a las matemáticas, y próximas a la realidad de los alumnos y/o con

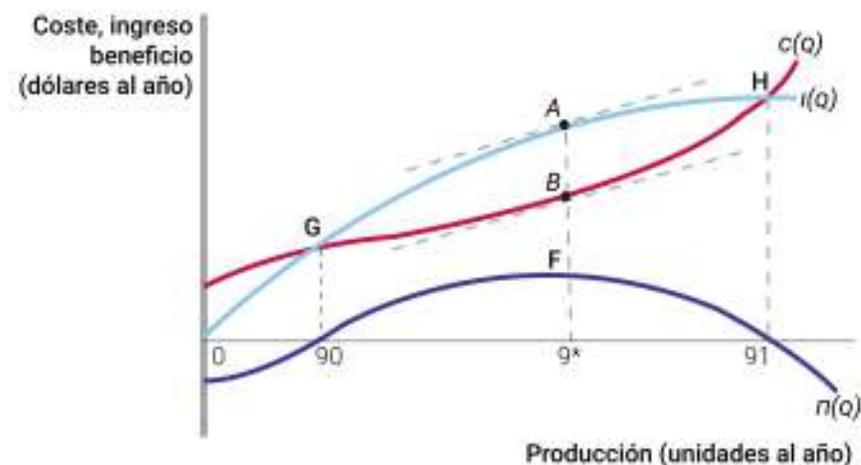
textualizadas en su futura vida profesional, sino que también se privilegia el interés por vincular las diferentes representaciones de un objeto matemático en la resolución de una situación problemática.

Se pretende que los estudiantes puedan comenzar a resolverlas consignas recuperando saberes adquiridos en otras instancias de aprendizaje y que a su vez ponga en juego los nuevos; consta de actividades donde se procura lograr en el alumno la capacidad de analizar e interpretar críticamente la información que recibe, ya sea a través de gráficos, descripciones verbales y/o simbólica.

Análisis de la propuesta y discusión de resultados

La propuesta presentada se expone a continuación:

Consigna N° 1: En la siguiente figura se muestra las curvas de costo, ingreso y beneficio para una cierta empresa.



Teniendo en cuenta la información que proveen los gráficos, responder:

- ¿Qué puedes decir acerca de la situación de la empresa antes del punto G y luego del punto H? ¿y entre los puntos G y H?
- ¿Podrías obtener esa misma información analizando únicamente



la función de beneficios?

c) Si tuvieras que brindarle un asesoramiento al dueño de la empresa, qué le aconsejarías sobre el nivel de producción óptimo, es decir, ¿cuál es el nivel de producción que le generará mayor beneficio a su empresa? Elabora una justificación matemática y económica en forma conjunta que permita dar cuenta de tu asesoramiento.

En la primera consigna se privilegió la representación gráfica de una situación económica, pues se considera necesario que los alumnos adquieran un manejo adecuado del lenguaje gráfico, ya que mucha de la información que reciben a lo largo de su formación académica es a través de gráficos, y con frecuencia resulta necesario la lectura e interpretación de los mismos para la toma de decisiones en forma apropiada. En particular, en el análisis de esta consigna se destaca la importancia de pensar a la derivada como una herramienta poderosa para tomar decisiones sobre el comportamiento económico de una empresa, como en este caso, asesorando respecto del nivel óptimo producción a partir del análisis marginal.

En el desarrollo de la clase, no hubo inconvenientes para comenzar a resolver los ítems a) y b) de ésta consigna, la dificultad se presentó frente al tercer ítem, donde debían elaborar argumentos económicos-matemáticos para asesorar a la empresa. Lo que se manifestó en todos los grupos (3 grupos de 4 integrantes cada uno) inicialmente, fue que podían dar argumentos válidos para responder la consigna, pero en forma conceptual y utilizando la representación verbal, es decir, sabían bien cuál era el fundamento económico de sus respuestas pero no lograban expresar lo dicho en palabras en forma simbólica-matemática. Ya que expresaban que el máximo beneficio se daría en el punto donde la diferencia entre el ingreso y el costo sea mayor.

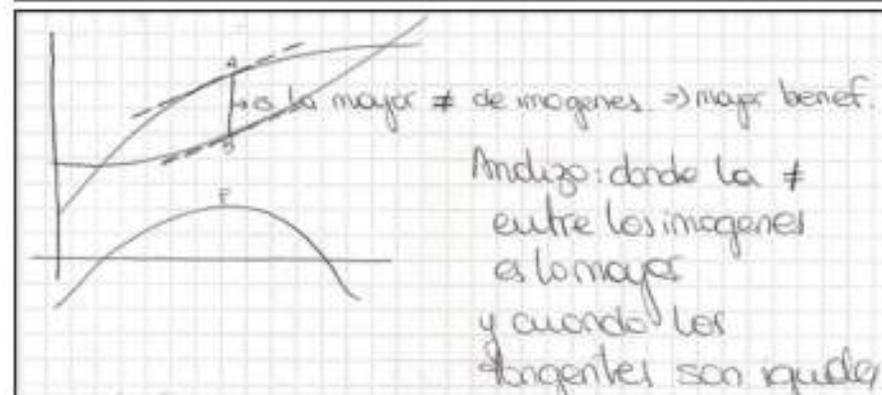
Luego de varios minutos de trabajo, sin intervención de los docentes, los estudiantes pudieron relacionar lo aprendido en Análisis Matemático con lo estudiado en Economía I, para luego esbozar

algunos cálculos matemáticos, y comprender que en ese punto donde se produce la mayor diferencia de imágenes entre la función ingreso y la función costo, las rectas tangentes tienen igual pendiente, y que esta última no es más que la derivada de las funciones involucradas, lo que en economía se denomina como ingreso marginal y costo marginal. Finalmente, utilizando el criterio de la primera derivada (ya estudiada en forma teórica en una clase anterior), lograron fundamentar por qué en q^{**} se produce el óptimo, el punto de mayor beneficio para esta empresa.

◻ Económicamente, el nivel de producción que genera mayor beneficio es cuando en q^{**} , ya que la diferencia entre ingresos y costos es la máxima en este punto.

◻ Matemáticamente:

$$C'(q^{**}) = I'(q^{**}) \Rightarrow \text{Mismo pendiente}$$

$$B'(q^{**}) = 0$$


Si bien, cuando se planificó esta consigna no se imaginó la cantidad real de tiempo que sería utilizado por los estudiantes para su resolución, es oportuno destacar que el compromiso que manifestaron los alumnos frente a ella fue altamente positivo, pues se mostraron muy entusiasmados con la resolución de la misma, a pesar del tiempo y esfuerzo involucrado.



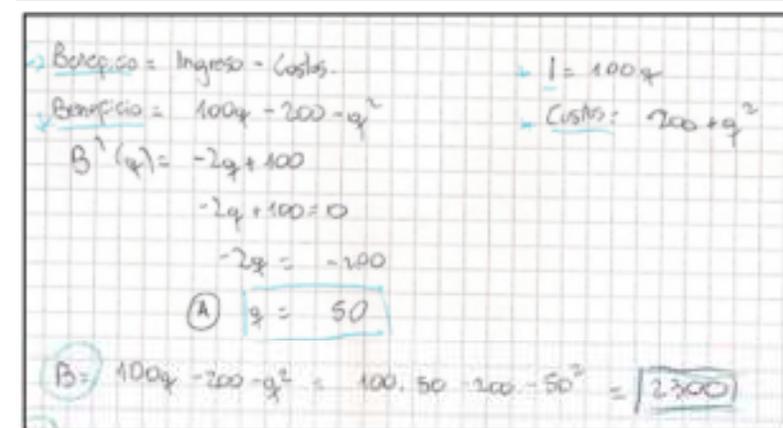
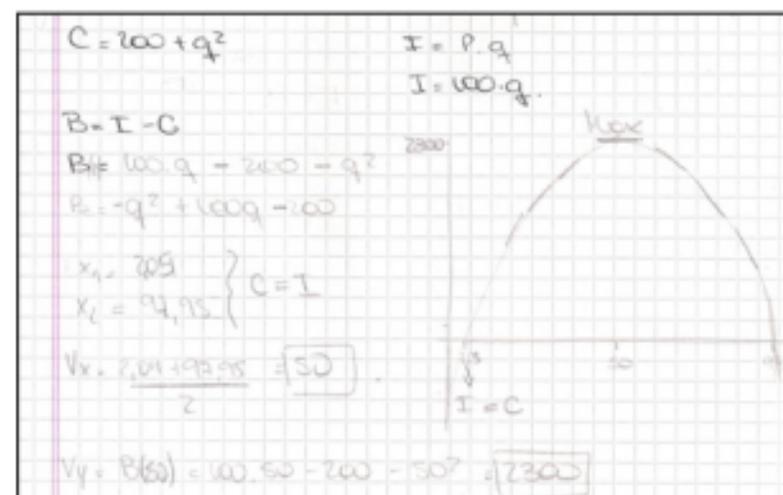
A continuación se les propuso trabajar con la segunda consigna, donde se partía de una situación concreta, ya que las funciones de ingreso y costo, eran curvas polinómicas conocidas por ellos y respondían a una empresa relojera, con la aclaración de que se trataba de una empresa productora en mercado competitivo. Esta última aclaración nos parecía oportuna, ya que cuando se trata del estudio en mercado competitivo la función de ingresos es lineal, y tanto el contexto económico como las interpretaciones asociadas se modifican. Por otra parte, se pretendía que la consigna diera lugar a la construcción de gráficos, de modo que los estudiantes pudieran volcar el análisis realizado en los ítems a), b) y c) en su representación gráfica, y analizar luego la relación existente entre las conclusiones obtenidas a partir de las diferentes representaciones.

Consigna N° 2: Suponte que eres el gerente de una empresa relojera que produces en un mercado competitivo. El costo de producción viene dado por $C=200+q^2$, donde q es el nivel de producción y C es el costo total.

- Si el precio unitario de los relojes es de \$100, ¿Cuánto debe producir para maximizar los beneficios?
- ¿Cuál será el nivel de beneficios?
- ¿Podría determinar cuál es el costo medio y el costo medio mínimo para esta empresa?
- Construye una gráfica que permita visualizar la situación planteada en la consigna.

En el desarrollo de esta consigna se observó que las estrategias utilizadas por los estudiantes para su resolución fueron diferentes. Hubo un grupo que recurrió a la búsqueda del óptimo de la función beneficio utilizando procedimientos puramente algebraicos, ya que hallaron las raíces y el vértice de la función cuadrática involucrada. Cabe aclarar, que este grupo no recurrió en ningún momento a la derivada para responder a la consigna. Si bien la matemática involucrada, responde a cálculos sencillos, el tiempo utilizado fue mayor

que el de otros grupos que sí utilizaron la derivada como herramienta eficaz para encontrar el óptimo, ya que las raíces halladas no estaban dadas por números enteros, teniendo que recurrir a aproximaciones, lo que además les sumó ciertas dificultades para la construcción de gráficos. Los grupos restantes utilizaron la función de beneficio marginal para hallar el valor crítico y finalmente utilizaron el criterio de la primera derivada para determinar que efectivamente en ese valor se encuentra el máximo beneficio.



En relación a esta consigna, a partir de lo emergente en la clase, se considera conveniente que para próximas intervenciones sería más productivo que las funciones involucradas no propiciaran necesariamente a hallar una función de beneficios que venga dada por una función cuadrática.

Por otra parte, cuando se hizo la puesta en común, el docente de Microeconomía resaltó que en la práctica, generalmente se trabaja con ingreso marginal y costo marginal, y que no es común hallar la función de beneficios para determinar la producción óptima.

La propuesta planificada culminaba con la implementación de la siguiente consigna, pero debido a limitaciones del tiempo real utilizado, no fue concretada.

Consigna N° 3: Realiza un análisis de las siguientes afirmaciones, y elabora una explicación económica-matemática que permita justificar cada una de ellas:

- a) *"El costo medio es mínimo en el nivel de producción donde el costo medio es igual al costo marginal"*.
- b) *"En el máximo beneficio, la pendiente de la curva de costo marginal es mayor que la de ingreso marginal"*.

Para finalizar, en lo que respecta a la última consigna, se esperaba que los alumnos puedan generalizar lo estudiado en las consignas anteriores, resignificando de este modo el concepto de Análisis Marginal, así como también el de derivada de una función y extremos de una función (máximo y mínimo), desde un punto de vista económico y matemático; permitiendo de este modo a los estudiantes otorgar sentido a lo estudiado hasta el momento en el transcurso de la carrera, proveyéndoles de un hilo conductor que les proporcione la posibilidad de establecer conexiones entre lo aprendido en Economía I de 1° año y Microeconomía de 2° año.

Debido al insumo de tiempo en las dos primeras consignas, ésta no pudo concretarse en el transcurso de la clase, pero quedó a modo de tarea para la instancia de examen final de la asignatura.

Reflexiones finales

Se adhiere que este tipo de prácticas poseen un doble propósito, porque generan espacios valiosos de resignificación de conocimientos ya abordados anteriormente, pero también funcionan como fuente generadora de construcción e intercambio de saberes entre pares de alumnos, pares de docentes, y a su vez entre docentes y alumnos.

La experiencia realizada dejó resultados favorables, dado que permitió a los estudiantes compartir con sus pares opiniones, formular conjeturas, escuchar, argumentar elecciones realizadas y validar otras explicitadas por sus compañeros, recurrir a diferentes estrategias de abordaje de las consignas planteadas, de acuerdo a las relaciones percibidas de la interpretación de las situaciones.

En general, se cumplieron los objetivos propuestos en función al análisis a priori, pues se consiguió que los alumnos resuelvan la tarea situándose en el contexto del problema, que interpreten gráficos, que puedan identificar las variables en juego en las situaciones y los vínculos entre ellas, que comprendan e interpreten la información que provee la derivada de una función en un punto en el contexto matemático y económico en forma simultánea, y partir de ella que tomen decisiones referentes a la situación dada, pero argumentándolas desde un punto de vista matemático-económico.

Como aspectos a trabajar a futuro, cabe destacar que aún se debe reforzar en los alumnos el hecho de que trabajen en forma independiente, es decir, todavía les cuesta tener que hacerse cargo de la defensa de sus producciones y dejar de ver al docente como la única vía de validación. Por otra parte, es necesario resaltar que la planificación y manejo del tiempo por parte de los docentes, es una variable a ajustar en próximas intervenciones, ya que el desarrollo de las dos primas consignas insumió más tiempo del previsto, haciendo que la tercera consigna no pueda ser desarrollada en ese encuentro.

Finalmente, es importante desatacar que actividades de esta índole contribuyen a que los alumnos adquieran una visión más integrada de los saberes que adquieren durante su formación académica.



Bibliografía

- Ausubel, D.; Novak, J.; Hanesian, H. (1983). *Psicología Educacional, un punto de vista cognitivo* (2° Ed.). México, Trillas.
- Bianco, M.; Carrizo, M.; Matera, F.; Micheloni, H.; Olivera de Marzana, S. (2001). *Análisis matemático con aplicaciones a las Ciencias Económicas*. Buenos Aires, Ediciones Macchi.
- García Venturini, A.; Kicillof, A. (2006). *Análisis Matemático I*. Buenos Aires: Ediciones cooperativas.
- Haeussler, E.; Paul, R.; Wood, R. (2008). *Matemáticas para Administración y Economía* (12°ed.). México, Pearson Prentice Hall.
- Hoffman, L.; Bradley, G.; Rosen, K. (2006). *Cálculo aplicado para Administración, Economía y Ciencias Sociales* (8°Ed.). México, McGraw Hill.
- Mochón, F.; Beker, V. (2008). *Economía, principios y aplicaciones* (4° Ed.). México, Prentice Hall Hispanoamericana.
- Parkin, M.; Loría Díaz, E. (2010). *Microeconomía: Versión para Latinoamérica*. México, Pearson Education.
- Rojas, P. (2012). *Sistemas de representación y aprendizaje de las matemáticas*. Revista digital Matemática, Educación e internet. Vol. 12, N° 1.
- Taylor, J.; Weerapana, A. (2012). *Principios de Economía* (6°Ed.). México, Cengage Learning.

